Serviciul Național de Evaluare și Examinare

SIMULARE DE BACALAUREAT

PROBĂ SCRISĂ LA MATEMATICĂ

Proba d . Profilurile economic, fizică-chimie, chimie-biologie , militar real , industrial , agricol , silvic , sportiv real **Varianta 2**

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

SUBIECTUL I (30p)

(4p) **1.a)** Să se verifice că $\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2, \forall a,b,c,d \in \mathbf{C}$.

(2p) **b)** Să se arate că dacă $a,b,c,d \in \mathbf{C}$ și $\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=(ac+bd)^2$, atunci $ad=bc$.

(2p) **c)** Să se rezolve în $\mathbf{C}$ ecuația $\left(x^8+x^4\right)\left(x^2+1\right)=\left(x^5+x^2\right)^2$.

(2p) **d)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $\left(4^x+9^x\right)\left(25^x+49^x\right)=\left(10^x+21^x\right)^2$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^{2002}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(2p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}$.

(2p) **c)** Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

3. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(4,0)$ *și* $B(-4,0)$.

(3p) **a)** Să se calculeze lungimea segmentului AB.

(4p) **b)** Să se scrie ecuația dreptei AB.

(3p) **c)** Să se găsească un punct $C(0,t)$ cu proprietatea că $t\in\mathbf{Z}^*$ și perimetrul triunghiului ABC este număr întreg.

SUBIECTUL II (20p)

(4p) **1.a)** Să se verifice că $\hat{a}^2=\hat{a}$, $\forall \hat{a}\in\mathbf{Z}_2$.

(3p) **b)** Să se arate că $\hat{a}^2+\hat{b}^2=\hat{a}+\hat{b}$, $\forall \hat{a},\hat{b}\in\mathbf{Z}_2$.

(3p) **c)** Să se determine numărul de soluții $(\hat{x},\hat{y},\hat{z})\in\mathbf{Z}_2\times\mathbf{Z}_2\times\mathbf{Z}_2$ ale ecuației $\hat{x}^2+\hat{y}^2+\hat{z}^2=\hat{x}+\hat{y}+\hat{z}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}$.

(3p) **a)** Să se verifice că $f(x)=x-\dfrac{x}{x^2+1}, \forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-x)$.

(3p) **c)** Să se determine asimptotele la graficul funcției f.

(2p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze AB şi BA.

(4p) **b)** Să se determine determinantul şi rangul matricei A.

(4p) **c)** Să se verifice că $A^2 = B^2 = I_3$.

(4p) **d)** Să se arate că matricea A este inversabilă şi să se determine inversa sa .

(2p) **e)** Să se calculeze determinantul matricei $X = A + A^2 + ... + A^{2002}$.

(2p) **f)** Să se arate că $(AB)^n \neq I_3, \forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcţia $f : [0,\infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f(x) = \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x+2}$, $\forall x \in [0,\infty)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(4p) **c)** Să se demonstreze utilizând metoda inducţiei matematice că dacă

$g : (0,\infty) \to \mathbf{R}$, $g(x) = \dfrac{1}{x+a}$, cu $a > 0$, atunci $g^{(n)}(x) = \dfrac{(-1)^n n!}{(x+a)^{n+1}}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$

şi $\forall x > 0$. (Am notat prin $g^{(n)}$ derivata de ordin n a funcţiei g) .

(4p) **d)** Să se calculeze $f^{(n)}(x)$, $x \geq 0$.

(4p) **e)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty} \dfrac{(-1)^n}{n!} f^{(n)}(0)$.